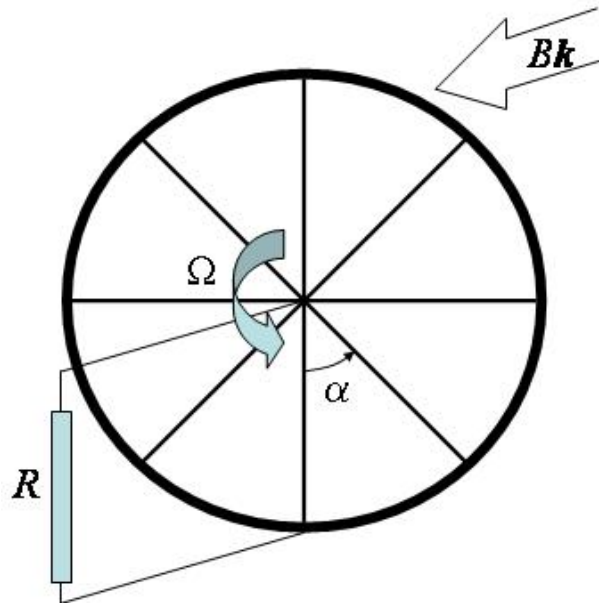


## Rueda y Disco de Faraday

### AMPLIACIÓN DE FÍSICA II

Una rueda de diámetro  $D$  tiene 8 radios metálicos de resistencia eléctrica  $r$  y una llanta exterior de resistencia despreciable. Se colocan dos escobillas: una en el eje y otra sobre la llanta que alimentan un par de terminales entre los que se conecta una resistencia  $R$ . El eje de la rueda se toma como tercer eje fijo de una referencia cartesiana, posicionándose el sistema mediante el ángulo  $\alpha$  girado desde el instante inicial por un radio arbitrariamente elegido. La rueda se coloca en el seno de una inducción magnética uniforme y constante  $B\mathbf{k}$ .



Un agente exterior ejerce un par  $N$ , alrededor del eje  $z$  mediante el cual mantiene una rotación constante  $\Omega$  en torno a dicho eje.

- Determine la tensión inducida sobre cada radio

RESPUESTA:

Puede determinarse mediante el flujo

$$\Phi = \frac{1}{8}BD^2\alpha \Rightarrow \mathcal{E} = -\frac{1}{8}BD^2\Omega$$

Nótese que hay más de una forma de cerrar el circuito, pero para todas ellas se tiene el mismo valor de  $\frac{\partial\Phi}{\partial\alpha}$ .

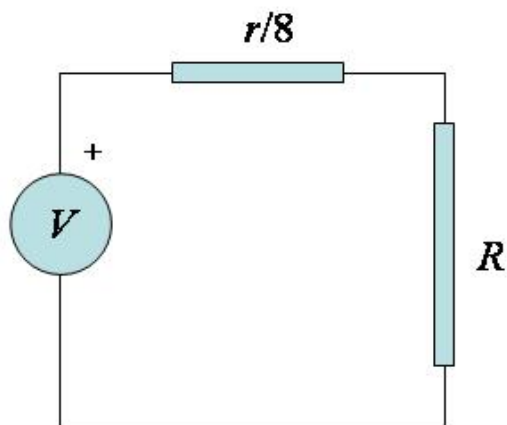
o bien por la fuerza de Lorentz

$$\Delta V = \int (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\boldsymbol{\ell} = -\frac{1}{8}BD^2\Omega$$

- Determine el circuito equivalente del generador así formado

**RESPUESTA:**

La combinación en paralelo de las 8 fuentes de tensión  $\Delta V$  junto con las 8 resistencias  $r$  alimentando la resistencia  $R$ , puede representarse por



- Determine el par de frenado que la inducción realiza sobre la rueda.

**RESPUESTA:**

Sobre cada radio, se puede calcular el par por dos vías. Si se utiliza el flujo sobre el circuito que se cierra con el radio

$$N_i = I_i \frac{1}{8} B D^2$$

con lo que

$$N = I \frac{1}{8} B D^2 = -\frac{1}{R + r/8} \left( \frac{1}{8} B D^2 \right)^2 \Omega$$

o bien, mediante la fuerza de Lorentz

$$N_i = I_i \int_0^{D/2} \rho \mathbf{u}_\rho \times (-\mathbf{u}_\rho d\rho \times \mathbf{B}) = -\frac{D^2}{8} I_i B$$

con lo que

$$N = I \frac{1}{8} B D^2 = -\frac{1}{R + r/8} \left( \frac{1}{8} B D^2 \right)^2 \Omega$$

- Realice un balance energético.

**RESPUESTA:**

La potencia mecánica suministrada por el agente exterior es

$$-N\Omega$$

y coincide con la disipada en las resistencias

$$I^2(R + r/8)$$

- Se conecta ahora una fuente de tensión exterior  $V$  (con el terminal negativo conectado al eje y el positivo a la llanta) y se sustituye el agente exterior por un rozamiento viscoso que proporciona un par  $N = -\gamma\dot{\alpha}$ , donde  $\gamma$  es una constante y el momento de inercia de la rueda y la carga que mueve es  $J$ . Encuentre la corriente que circula por la fuente.

**RESPUESTA:**

Utilizando el circuito equivalente anterior, se tiene

$$I = 8 \frac{V - \frac{1}{8} B D^2 \dot{\alpha}}{r}$$

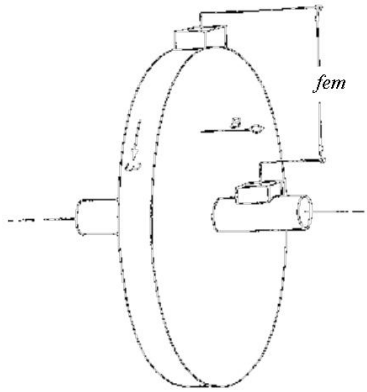
- Obtenga la curva par-velocidad del motor así formado.

**RESPUESTA:**

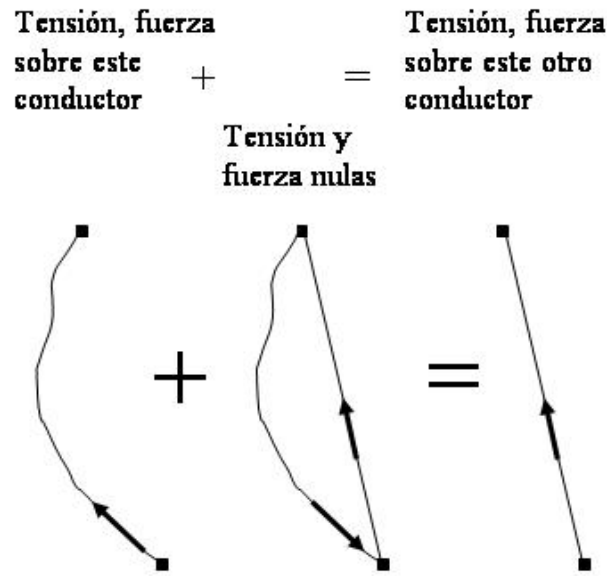
El par es

$$N = I \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} = BD^2 \frac{V - \frac{1}{8}BD^2\dot{\alpha}}{r} = \frac{BD^2V}{r} - \frac{B^2D^4}{8r}\dot{\alpha}$$

Un disco de Faraday es equivalente al sistema anterior, pero sustituyendo los radios y llanta por un disco conductor circular homogéneo.



En este caso, la distribución de corrientes por el disco puede no ser radial, aunque para calcular tensiones y esfuerzos mecánicos esto no introduce ningún cambio, pues en el seno de una inducción uniforme y constante, tanto las resultantes y los momentos mecánicos, como las tensiones eléctricas sobre circuitos cerrados perpendiculares al campo son nulos, pudiendo siempre añadir un circuito cerrado de estas características para obtener un conductor de la forma deseada que facilite el cálculo.



De esta forma, se tiene un generador de tensión continua (si  $\Omega$  es constante), denominado *generador homopolar*.