

Levitación de un superconductor

AMPLIACIÓN DE FÍSICA II

Se tiene un solenoide cilíndrico alargado AB de longitud d , $N_0 \gg 1$ vueltas, radio $a \ll d$ y resistencia R , recorrido en el instante inicial por una corriente I_0 . Un pistón metálico, conductor cortocircuita un extremo del solenoide con un punto intermedio del mismo, según muestra la figura. Sea ℓ la abscisa que posiciona el pistón tomándose nula cuando se encuentra sobre A .



En el instante inicial, una explosión produce una percusión que impulsa el pistón, de masa m , con una velocidad inicial v

1. Utilizando el modelo de solenoide recto largo, determine el coeficiente de autoinducción en función de ℓ .

RESPUESTA:

En este caso,

$$B_z = \mu_0 \lambda = \frac{\mu_0 N I}{d - \ell} = \frac{\mu_0 N_0 I}{d}$$
$$\Phi = N B_z \pi a^2 = \frac{\mu_0 \pi a^2 N_0^2 I}{d^2} (d - \ell)$$

por lo que

$$L(\ell) = \frac{\mu_0 \pi a^2 N_0^2}{d^2} (d - \ell)$$

2. Escriba la expresión de la energía magnética en función de ℓ, I

RESPUESTA:

$$U_m = \frac{\mu_0 \pi a^2 N_0^2}{2d^2} (d - \ell) I^2$$

3. Plantee las ecuaciones que rigen la evolución de I, ℓ

RESPUESTA:

$$\begin{aligned} RI + \frac{dLI}{dt} &= 0 \\ RI - \frac{\mu_0 \pi a^2 N_0^2}{d^2} \dot{\ell} I + \frac{\mu_0 \pi a^2 N_0^2}{d^2} (d - \ell) \frac{dI}{dt} &= 0 \\ Q_\ell = F = \frac{\partial U_m}{\partial \ell} &= -\frac{\mu_0 \pi a^2 N_0^2}{2d^2} I^2 \\ m\ddot{\ell} &= -\frac{\mu_0 \pi a^2 N_0^2}{2d^2} I^2 \end{aligned}$$

4. Considerando que $v = \dot{\ell}$ se mantiene prácticamente constante en el trayecto $0 \leq \ell \leq \frac{9}{10}d$, Calcule $I(t), F(t)$ (la intensidad y la fuerza con la que el campo frena el pistón, respectivamente).