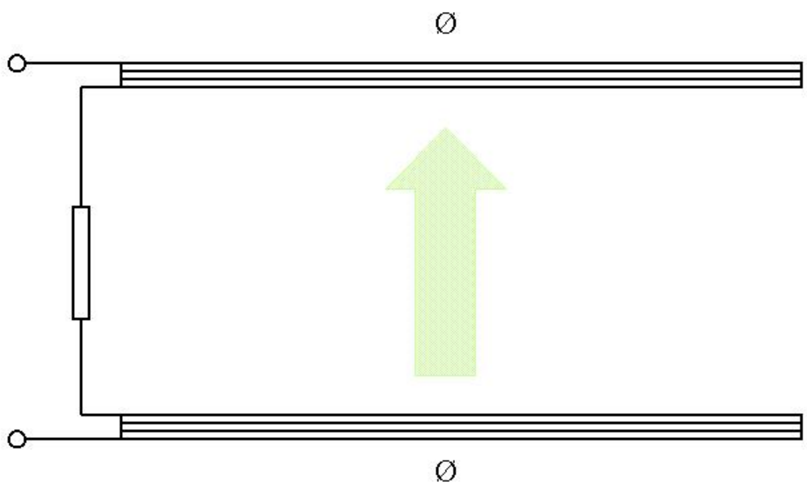
Bobinas de Helmholz

Ampliación de Física II



Se desea construir una fuente de campo magnético de inducción $\boldsymbol{B}$ muy uniforme en una región del espacio. Para ello se disponen dos espiras circulares de radio R coáxicas y separadas una distancia $2h$. Se considera el campo en el centro de simetría del sistema, que se tomará como origen de un sistema de coordenadas cartesiano cuyo tercer eje sea el de las espiras. La intensidad que las recorre es igual y de valor I.

- Determine la relación entre h y R para que el campo en el centro sea lo más uniforme posible. Para ello considere que el campo en el centro sólo tiene componente según el eje z; haga de máximo orden la primera derivada no nula de esta componente respecto a la coordenada z.

  Respuesta:

  El campo que crea la bobina de mayor cota en un punto del eje es, aplicando la ley de Biot y Savart y considerando que sólo existe componente según el tercer eje

$$B_z^1 = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + (z-h)^2)^{3/2}}$$

por lo que llamando

$$K = \frac{\mu_0 R^2}{2}$$

el campo total queda

$$B_z(z) = K\left((R^2 + (z-h)^2)^{-3/2} + (R^2 + (z+h)^2)^{-3/2}\right)$$

Su primera derivada es

$$B_z'(z) = -3K\left((z-h)(R^2 + (z-h)^2)^{-5/2} + (z+h)(R^2 + (z+h)^2)^{-5/2}\right)$$

que obviamente se anula en el centro como por otra parte impone la simetría del problema.

La segunda derivada es

$$B_z''(z) = -3K\,(\\
(R^2 + (z-h)^2)^{-5/2} + (R^2 + (z+h)^2)^{-5/2}\\
-5(z-h)^2(R^2 + (z-h)^2)^{-7/2} - 5(z+h)^2(R^2 + (z+h)^2)^{-7/2}\\
)$$

que particularizada en $z = 0$ queda

$$B_z''(0) = -3K(R^2 + h^2)^{-7/2}\left((R^2 + h^2) + (R^2 + h^2) - 5h^2 - 5h^2\right)$$

$$B_z''(0) = -3K(R^2 + h^2)^{-7/2}\left(2R^2 - 8h^2\right)$$

que se anula para

$$h = \frac{R}{2}$$

que es el resultado buscado.

- Calcule la inducción magnética en el centro del sistema.

RESPUESTA:

Sustituyendo se tiene

$$\boldsymbol{B} = \frac{8\mu_0 I}{5^{3/2} R}\boldsymbol{k}$$