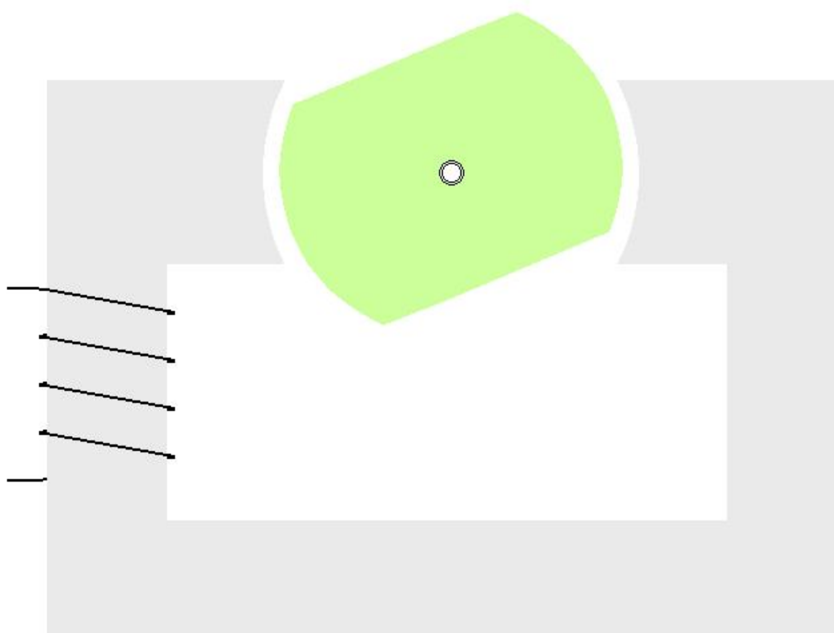
Circuito rotativo de autoinducción variable

Ampliación de Física II



La figura representa un sector cilindro de hierro dulce, móvil, de radio R y semiángulo β que puede girar libremente en torno a su eje, rodeado por un entrehierro de anchura $e \ll R$ y un estátor de sección cuadrada de lado $a = 2R \operatorname{sen} \beta$ también de hierro dulce. El sistema es alimentado por una intensidad I arrollada N veces en torno al núcleo de hierro, como muestra la figura, de forma que cuando $I > 0$ el signo del flujo se considera positivo. El parámetro elegido para posicionar el rótor frente al estátor es el ángulo α girado desde la posición de alineamiento del rótor con el estátor.

- Obtener la reluctancia del circuito

RESPUESTA:

La reluctancia vendrá determinada por los dos entrehierros, simétricos en cada uno de los cuales vale

$$\mathcal{R}_\rceil = \frac{e}{\mu_0 a R(2\beta - |\alpha|)}$$

con lo que

$$\mathcal{R} = 2\frac{e}{\mu_0 a R(2\beta - |\alpha|)}$$

- Calcular el flujo magnético en el circuito

RESPUESTA:

Obviamente

$$\Phi = \frac{NI}{\mathcal{R}} = \frac{\mu_0 N a R I}{2e}(2\beta - |\alpha|)$$

- Determine el coeficiente de autoinducción de la bobina excitadora

RESPUESTA:

El coeficiente de autoinducción es

$$L = \frac{\Phi_I}{I} = \frac{N\Phi}{I} = \frac{\mu_0 N^2 a R}{2e}(2\beta - |\alpha|)$$

- Deduzca el valor del par que tiende a hacer girar el rótor

RESPUESTA:

La energía magnética es

$$E_m = \frac{1}{2}LI^2$$

y el par será

$$N_\alpha = \frac{1}{2}I^2\frac{\partial L}{\partial \alpha}$$

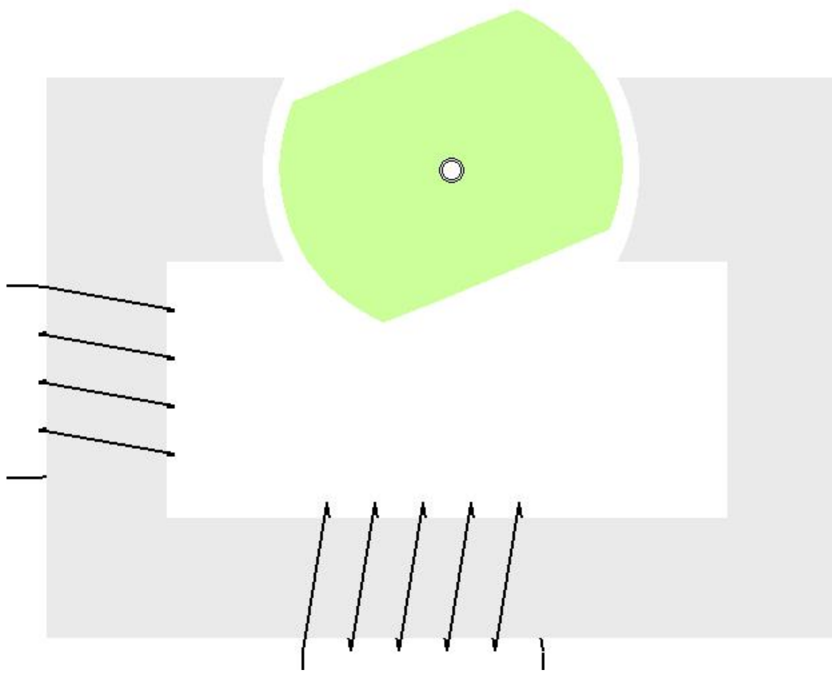
Si $\alpha > 0$

$$N_\alpha = -\frac{\mu_0 N^2 I^2 a R}{4e}$$

si $\alpha < 0$

$$N_\alpha = \frac{\mu_0 N^2 I^2 a R}{4e}$$

siendo nulo cuando $\alpha = 0$



- Se completa el sistema con una segunda bobina que abraza N' veces al núcleo de hierro según se muestra en la segunda figura. La primera bobina se alimenta con una fuente de tensión U y la segunda se cierra con una resistencia R. Determine la matriz de coeficientes de inducción para el sistema formado por las dos bobinas

Respuesta:

Evidentemente

$$\underline{\underline{L}} = \frac{1}{\mathcal{R}} \begin{pmatrix} N^2 & NN' \\ NN' & N'^2 \end{pmatrix}$$

- Escriba la función lagrangiana electromecánica del sistema en función de las coordenadas Q_1, Q_2, α, así como la función de Rayleigh, suponiendo un momento de inercia J del rótor respecto a su eje

Respuesta:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2\mathcal{R}}(N^2\dot{Q}_1^2 + 2NN'\dot{Q}_1\dot{Q}_2 + N'^2\dot{Q}_2^2) + \frac{1}{2}J\dot{\alpha}^2 + UQ_1$$

$$R_y = -\frac{1}{2}R\dot{Q}_2^2$$

- Deduzca las ecuaciones diferenciales que rigen la evolución de las coordenadas anteriores, aplicando las ecuaciones de Maxwell-Lagrange

Respuesta:

A derivar ….