Bobina finita en el campo creado por otra.

Ampliación de Física II

Una bobina circular b de radio R está situada simétricamente respecto al plano xy de un sistema de coordenadas fijo cuyo origen se encuentra en el centro de b y cuyo eje z es el de revolución de b. La bobina está recorrida por una intensidad I en sentido antihorario visto desde la parte positiva del eje z, su generatriz es L y su densidad de espiras es $n, 1 \ll nL$.

Una bobina circular b' de radio $r < R$ densidad de espiras n' y generatriz $L, 1 \ll n'L$ tiene su eje coincidente con el z a lo largo del cual puede desplazarse axialmente. Sea z la tercera coordenada cartesiana del centro de la base más baja de b' que comparten todos los puntos de e'. La bobina b' es recorrida por una intensidad i en sentido antihorario visto desde la parte positiva del eje z.

- Obtenga el campo magnético que b crea en los puntos del eje z.

Respuesta:

Mediante la aplicación de la ley de Biot y Savart y teniendo en cuenta que, por consideraciones de simetría, la dirección del campo es $\boldsymbol{k}$, se tiene, integrando sobre el campo de cada espira

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 R^2}{2}\boldsymbol{k}\left(\int_{-L/2}^{+L/2} \frac{nI\mathrm{d}\zeta}{(\sqrt{R^2+(z-\zeta)^2})^3}\right)$$

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 nIR^2}{2}\boldsymbol{k}\left(\int_{-L/2}^{+L/2} \frac{\mathrm{d}\zeta}{(\sqrt{R^2+(z-\zeta)^2})^3}\right)$$

Donde si se realiza el cambio de variable

$$\tan\varphi = \frac{z-\zeta}{R}$$

queda

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 nI}{2}(\operatorname{sen}\varphi_0 - \operatorname{sen}\varphi_1)\boldsymbol{k}$$

o bien

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 nI}{2}\left(\frac{z+L/2}{\sqrt{R^2+(z+L/2)^2}} - \frac{z-L/2}{\sqrt{R^2+(z-L/2)^2}}\right)\boldsymbol{k}$$

que en el caso de ser un solenoide largo, lejos de sus extremos da

$$\boldsymbol{B}_L = \mu_0 n I \boldsymbol{k}$$

- Determine el flujo del campo creado por b a través de un círculo coáxico situado a una cota z, suponiendo el campo en el círculo igual al campo en su centro.

RESPUESTA:

Obviamente

$$\Phi(z) = \frac{\mu_0 n I \pi r^2}{2}\left(\frac{z+L/2}{\sqrt{R^2+(z+L/2)^2}} - \frac{z-L/2}{\sqrt{R^2+(z-L/2)^2}}\right)$$

- Calcule la fuerza que experimenta b'.

RESPUESTA:

$$F_z = n'i\frac{\partial \int_z^{z+L}\Phi(\zeta)\mathrm{d}\zeta}{\partial z} =$$
$$= n'i(\Phi(z+L) - \Phi(z))$$

$$F_z = -\frac{\mu_0 n n' I i \pi r^2}{2}\left(2\frac{z+L/2}{\sqrt{R^2+(z+L/2)^2}} - \frac{z-L/2}{\sqrt{R^2+(z-L/2)^2}} - \frac{z+3L/2}{\sqrt{R^2+(z+3L/2)^2}}\right)$$

que es atractiva si las corrientes tienen el mismo sentido de circulación.